Sujets **Math en Jeans** 2014-2015

Fournées

Descriptif général

On s'intéresse dans ce sujet à la planification de fournées. On dispose d'un four et d'objets à cuire dans ce four. Le four a une certaine capacité, et ne peut pas contenir tous les objets. Il va donc falloir faire différentes *fournées*. Faire une fournée consiste à ouvrir le four, à y mettre un certain nombre d'objets, à refermer le four, et à laisser cuire ces objets pendant une certaine durée. A la fin de la fournée, on retire tous les objets du four, et une nouvelle fournée peut commencer. Chaque objet d'une fournée doit donc rester dans le four pendant toute la durée de la fournée : on ne peut pas ouvrir le four à mi-cuisson pour retirer des objets et/ou les remplacer par d'autres objets. L'objectif est de trouver une façon de planifier les fournées qui minimise la durée totale d'utilisation du four.

Données du problème

On dispose d'un four et d'un certain nombre n d'objets à cuire dans ce four. Numérotons les objets de 1 à n. L'objet numéro j doit être cuit pendant une durée comprise entre deux nombres dj et Dj, avec $dj \leq Dj$. Ainsi, si un objet j est cuit pendant une fournée i, alors la durée fi de la fournée i doit être telle que $dj \leq fi \leq Dj$.

De plus, chaque objet j a une certaine taille tj, et le four a une certaine capacité k. La somme des tj des objets d'une fournée doit être inférieure ou égale à k.

L'objectif est de minimiser la somme des fi de toutes les fournées.

Exemple

On considère ici que l'on a n=6 objets et un four de capacité k=10.

Les durées minimum et maximum de cuisson de chaque objet, ainsi que leurs tailles, sont données dans le tableau ci-dessous.

Objet numéro j	Durée de cuisson minimum dj	Durée de cuisson maximum Dj	Taille tj
1	10	15	5
2	6	10	5
3	12	20	4
4	3	6	2
5	5	7	2
6	5	15	1

Il y a plusieurs façons de planifier ces fournées. On peut par exemple faire trois fournées comme suit :

Fournée 1	Durée : 10	Objets 1 + 2
Fournée 2	Durée : 12	Objet 3
Fournée 3	Durée : 5	Objets 4 + 5 + 6

En ce cas, la durée totale d'utilisation du four est de 10+12+5=27.

On peut aussi faire deux fournées comme suit :

Fournée 1	Durée : 12	Objets 1 + 3
Fournée 2	Durée : 6	Objets 2 + 4 + 5 + 6

En ce cas, la durée totale d'utilisation du four est de 12+6=18.

Noter qu'il est impossible que les objets 3 et 4 soient dans la même fournée, car les durées de cuisson possibles de ces objets sont incompatibles. De même, il est impossible que les objets 1, 2 et 6 soient dans la même fournée, car la somme des tailles de ces objets dépasse la capacité du four.

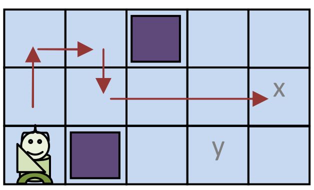
Ricochets

Descriptif général

On s'intéresse dans ce sujet aux déplacements possibles d'un robot sur une grille. Le robot se déplace toujours en ligne droite, jusqu'à rencontrer un obstacle ou le bord de la grille. Arrivé sur un obstacle ou le bord de la grille, il peut soit faire demi-tour et repartir en sens inverse, soit faire un quart de tour à gauche, soit faire un quart de tour à droite. Le robot peut enchaîner un nombre quelconque de déplacements. On cherche à placer des obstacles dans la grille de sorte à ce que le robot puisse atteindre n'importe quelle case de la grille en enchaînant des déplacements en ligne droite. L'objectif est de placer le nombre minimum d'obstacles sur la grille.

Exemple

On considère une grille rectangulaire formée de 3 lignes et 5 colonnes. Le robot est situé à un coin de la grille. Deux obstacles ont été placés, ils sont représentés en mauve. Ici, le robot enchaîne 4 déplacements pour atteindre la case x (tout droit, quart de tour droite, quart de tour droite, quart de tour gauche). Peut-on trouver une séquence de déplacements qui permette au robot d'atteindre la case y ? Peut-on toujours trouver une séquence de déplacement, quelle que soit la case de destination visée ?



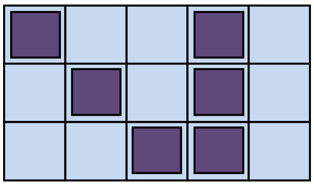
Recouvrements

Descriptif général

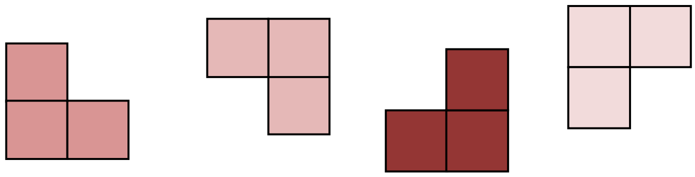
On s'intéresse dans ce sujet au recouvrement de cases dans une grille par des formes. Dans une grille, certaines cases doivent être recouvertes. Pour recouvrir les cases, on dispose de formes, que l'on peut placer sur n'importe quelles cases de la grille. L'objectif est d'utiliser un nombre minimum de formes pour recouvrir toutes les cases qui doivent l'être.

Exemple

On considère une grille formée de 3 lignes et 5 colonnes. Les cases en mauve doivent être recouvertes. Pour recouvrir ces cases, on dispose de formes, qui s'appellent des triminos en L.



La grille et les cases à recouvrir.



Des triminos en L.

Une solution qui utilise 3 triminos en L pour recouvrir toutes les cases. Noter que certaines cases sont recouvertes par deux triminos. Ceci ne pose pas de problème.